ESTADISTICA INFERENCIAL

EJERCICIOS DE DISTRIBUCION HIPERGEOMETRICA

1.-5 fabricantes producen en determinado dispositivo cuya calidad varía de un fabricante a otro. si usted elige 3 fabricantes al azar, hallar la probabilidad que la selección contenga 2 de las 3 mejores.

Fabricante 1 "Mejor"

Fabricante 2 "Mejor"

Fabricante 3 "Mejor"

Fabricante 4 "Peor"

Fabricante 5 "Peor"

Combinaciones posibles para escoger 2 "Mejores": 3 posibles

Combinaciones posibles para escoger 1 "Peor" 2 posibles

Combinaciones posibles para escoger 3 Fabricantes: 10 posibles

Ω=10 posibles

Probabilidad de escoger 2 "Mejores" y 1 "Peor" al seleccionar 3 fabricantes 0.6

2.- En Una oficina donde se ensamblan computadoras, en una mesa hay 20 chips de los cuales 6 están malogrados. Primero llega el Sr. Gates y recoge 8 chips y más tarde llega el Sr. Apple y se lleva los restantes. Halle la probabilidad que solamente uno de ellos se haya llevado todos los chips defectuosos.

Que solamente uno de ellos se lleve todos los chips:

x=0 --> Gates no se lleva ninguno defectuosos, Apple los otros
x=6 --> Gates no se lleva todos los defectuosos , Apple los otros

P(X=0) = C(6,0) * C(20-6,8-0) / C(20,8) = C(6,0) * C(14,8) / C(20,8) = 0.0238
P(X=6) = C(6,6) * C(20-6,8-6) / C(20,8) = C(6,6) * C(14,2) / C(20,8) = 0.0007

La probabilidad es 0.0245

EJERCICIOS DE DISTRIBUCION DE POISSON

1.- En una clínica el promedio de atención es 16 pacientes por 4 horas, encuentre la probabilidad que en 30 minutos se atiendan menos de 3 personas y que en 180 minutos se atiendan 12 pacientes.

probabilidad que en 30 minutos se atiendan menos de 3 personas

λ=16 pacientes en 4 horas --> λ=4 pacientes/hora --> λ=2 pacientes/media hora

debemos calcular P(X<3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)

P(X=0) = exp(-2) * 2^0 / 0! = 0.1353
P(X=1) = exp(-2) * 2^1 / 1! = 0.2707
P(X=2) = exp(-2) * 2^2 / 2! = 0.2707

P(X<3) = 0.6767

**en 180 minutos se atiendan 12 pacientes

λ=16 pacientes en 4 horas --> λ=4 pacientes/hora --> 180 minutos = 3 horas --> λ=3*4=12 pacientes/cada 180 minutos

P(X=12) = exp(-12) * 12^12 / 12! = 0.1144

2.- Los reportes de crímenes recientes indican que 3.2 de los robos de vehículos motorizados ocurren cada minuto en estados unidos. Suponga que la distribución de los robos por minuto puede calcularse con la distribución de probabilidad de poisson.

a)¿calcule la probabilidad de que ocurran cuatro robos exactamente en un minuto.

P(X=4) = exp(-3.2)*3.2^4/4! = 0.1781

b)¿cuál es la probabilidad de que en un cuarto de hora cualquiera ocurran exactamente 45 robos?

λ=3.2 robos/minuto --> λ=3.2*15 = 48 robos / cada 15 min

λ=48

P(X=45) = exp(-48) * 48^45 / 45! = 0.0539

3.- Suponga que la agencia de protección ambiental (APA) es quien establece los estándares para Garantizar la calidad de las emisiones de aire por parte de las empresas. El límite máximo Permitido de cobre en las emisiones es de 10 partículas por millón y usted trabaja en una empresa Donde el valor medio en sus emisiones es de cuatro partículas por millón.

a) **Si se define X como el número de partículas por millón en una muestra ¿Cuál es la desviación estándar de X en su empresa?**
   La varianza de una distribución de Poisson es u, por lo tanto su desviación es √u , √u = √4 = 2 partículas por millón

b) Si el número medio de partículas por millón en su empresa es efectivamente de cuatro por millón ¿Tendría usted temor de que la agencia lo multe por contaminar el aire?

La probabilidad que la empresa superes las 10 partículas por millón es

$P(X>10)$

Esta probabilidad es igual a $1 - P(X<=10)$

$P(X<=10) = P(X=0) + P(X=1) + ... + P(X=9) + P(X=10)$

$P(X=x) = exp(-4) * 4^x / x!$

Por tanto,

$P(X=0) = exp(-4) * 4^0 / 0! = 0.0183$
$P(X=1) = exp(-4) * 4^1 / 1! = 0.0733$
$P(X=2) = exp(-4) * 4^2 / 2! = 0.1465$
$P(X=3) = exp(-4) * 4^3 / 3! = 0.1954$
$P(X=4) = exp(-4) * 4^4 / 4! = 0.1954$
$P(X=5) = exp(-4) * 4^5 / 5! = 0.1563$
$P(X=6) = exp(-4) * 4^6 / 6! = 0.1042$
$P(X=7) = exp(-4) * 4^7 / 7! = 0.0595$
$P(X=8) = exp(-4) * 4^8 / 8! = 0.0298$
$P(X=9) = exp(-4) * 4^9 / 9! = 0.0132$
$P(X=10) = exp(-4) * 4^{10} / 10! = 0.0053$

sumando

$P(X<=10) = 0.9972$

Por tanto, $P(X>10) = 1 - 0,9972 = 0.0028$

La probabilidad, de ser multado es muy baja

4.- -Scott apuesta el número 7 para cada uno de los 200 giros de una ruleta. Como la probabilidad de que salga 7 es 1/38, el espera ganar aproximadamente 5 veces.
a) Calcule la probabilidad de que no tenga ningún triunfo en los 200 giros.

La probabilidad de no tener triunfo es 1-1/38 = 37/38, en 200 giros:

(37/38)^200 = 0.0048

b) Calcule la probabilidad de que al menos tenga un triunfo en los 200 giros.

Es la probabilidad contraria a la anterior
1-0.0048 = 0.9952
c) Scott perderá dinero si el número de triunfos es 0,1,2,3,4 o 5. Calcule la probabilidad de que Scott pierda dinero después de 200 giros.

n=200
p=1/38

P(X=x) = C(n,x) * p^x * (1-p)^(n-x)

P(X=x) = C(200,x) * 1/38^x * 37/38^(200-x)

P(X=0) = C(200,0) * 1/38^0 * 37/38^(200-0) = 0.0048
P(X=1) = C(200,1) * 1/38^1 * 37/38^(200-1) = 0.0261
P(X=2) = C(200,2) * 1/38^2 * 37/38^(200-2) = 0.0702
P(X=3) = C(200,3) * 1/38^3 * 37/38^(200-3) = 0.1251
P(X=4) = C(200,4) * 1/38^4 * 37/38^(200-4) = 0.1666
P(X=5) = C(200,5) * 1/38^5 * 37/38^(200-5) = 0.1765

La suma de las probabilidades es 0.5693

d) Cual es la probabilidad de que scott obtenga alguna ganancia después de 200 giros.

Es la probabilidad contraria a la anterior

1-0.5693 = 0.4307

5.- Si el número de coches que llegan a un estacionamiento es de 8 por hora y sus llegadas siguen el proceso de Poisson.

1.-¿Cuál es la probabilidad de que en un período de 10 minutos lleguen al estacionamiento?

λ=8 coches por hora,

1 hora =60 minutos , tiene 6 periodos de 10 minutos, por lo tanto el promedio de coches por cada 10 minutos es

λ=8/6 = 1.3333

P(X=x) = exp(-λ)*λ^x/x!

P(X=x) = exp(-1.3333)*1.3333^x/x!

a) Entre 3 y 6 (inclusive) automóviles?

P(3<=X<=6) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)

P(X=3) = exp(-1.3333)*1.3333^3/3! = 0.1041
P(X=4) = exp(-1.3333)*1.3333^4/4! = 0.0347
P(X=5) = exp(-1.3333)*1.3333^5/5! = 0.0093
P(X=6) = exp(-1.3333)*1.3333^6/6! = 0.0021

Por lo tanto sumando las probabilidades , $P(3<=X<=6) = 0.1502$

b) Más de 2 automóviles?

$P(X>2) = 1-P(X<=1) = 1-P(X=0)-P(X=1)$

$P(X=0) = exp (-1.3333)*1.3333^0/0! = 0.2636$
$P(X=1) = exp (-1.3333)*1.3333^1/1! = 0.3515$

$P(X>2) = 1-0.2636-0.3515 = 0.3849$

6.- las llamadas de servicio entran a un centro de mantenimiento de acuerdo con un proceso de poisson y en promedio entran 2.7 llamadas por minuto. Encontrar la probabilidad de que:
a)no más de 4 llamadas entren en un minuto cualquiera

$P(X<=4) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$

$P(X=0) = exp(-2.7)*2.7^0/0! = 0.0672$
$P(X=1) = exp(-2.7)*2.7^1/1! = 0.1815$
$P(X=2) = exp(-2.7)*2.7^2/2! = 0.2450$
$P(X=3) = exp(-2.7)*2.7^3/3! = 0.2205$
$P(X=4) = exp(-2.7)*2.7^4/4! = 0.1488$

$P(X<=4) = 0.8629$

b) menos de 2 llamadas entren en un minuto cualquiera

$P(X<2) = P(X=0) + P(X=1)$

$P(X=0) = exp(-2.7)*2.7^0/0! = 0.0672$
$P(X=1) = exp(-2.7)*2.7^1/1! = 0.1815$

$P(X<2) = 0.2484$

c) más de 10 llamadas entren en un periodo de 5 minutos

λ=2.7 por minuto * 5 minutos --> λ=13.5

P(X>10) = 1-P(X<=10) = 1- P(X=0) - P(X=1) - ... - P(X=10)

P(X=0) = exp(-13.5)*13.5^0/0! = 0.000001
P(X=1) = exp(-13.5)*13.5^1/1! = 0.000018
P(X=2) = exp(-13.5)*13.5^2/2! = 0.000124
P(X=3) = exp(-13.5)*13.5^3/3! = 0.000562
P(X=4) = exp(-13.5)*13.5^4/4! = 0.001897
P(X=5) = exp(-13.5)*13.5^5/5! = 0.005123
P(X=6) = exp(-13.5)*13.5^6/6! = 0.011526
P(X=7) = exp(-13.5)*13.5^7/7! = 0.022229
P(X=8) = exp(-13.5)*13.5^8/8! = 0.037512
P(X=9) = exp(-13.5)*13.5^9/9! = 0.056268
P(X=10) = exp(-13.5)*13.5^10/10! = 0.07596

Por lo tanto

P(X>10) = 1-P(X<=10) = 1- P(X=0) - P(X=1) - ... - P(X=10) = 0.7888

P(X>10) = 0.7888

EJERCICIOS DE DISTRIBUCION EXPONENCIAL

1.- En una tienda departamental el tiempo promedio de espera para ser atendido en cajas al pagar la mercancía es de 7 minutos. Determine la probabilidad de que: a) Un cliente espere menos de 4 minutos.

Tiempo promedio de espera $\mu = 7$ minutos

$P(X < 4) = 1 - e^{-x/\mu} = 1 - e^{-4/7} = 1 - 0.5647 = \mathbf{0.4353}$

b) Un cliente espere más de 9 minutos.

Tiempo promedio de espera $\mu = 7$ minutos

$P(X > 9) = e^{-x/\mu} = e^{-9/7} = \mathbf{0.2764}$

2.- Un componente eléctrico tiene una vida media de 8 años. Si su vida útil se distribuye en forma exponencial.

a)Cuál debe ser el tiempo de garantía que se debe otorgar, si se desea reemplazar a lo más el 15 % de los componentes que fallen dentro de este periodo?

X: Tiempo de vida del componente electrico

Sea el T el tiempo de garantia del componente electrico es necesario que:

P(X<T)= 0.15

B=8. Tendremos: 0.15= P(X<T)= 1-e^t/8.

Despejando la exponencial:

e^t/8= 0.85. -T/8=ln(0.85) Finalmente: T=-8ln(0.85)= 1.3 años

3.- En una tienda departamental el tiempo promedio de espera para ser atendido en cajas al pagar la mercancía es de 7 minutos. Determine la probabilidad de que: a) Un cliente espere menos de 4 minutos. b) Un cliente espere más de 9 minutos.

λ= 0.142857142 λ= 1/7= 0.142857142

k= 4

$$p(x \leq 4) = 1 - 2.71823^{-0.571428571}$$
$$= 0.435275724 = 43.52\%$$

λ= 0.142857142

k=9

$$p(x \geq 9) = 2.71823^{-1.285714278}$$
$$= 0.276459825 = 27.64\%$$

4.- Los administradores de cierta industria han notado que su producto tiene un tiempo de duración que puede considerarse una variable aleatoria con distribución exponencial con una vida media de 5 años. a)¿cuál es la probabilidad de que al elegir un artículo de dicha producción dure más de 10 años?

Si $P = (X > 10) = \frac{1}{5}e_{-\lambda x} = (0.2)e_{-(0.2)(10)} = (0.2)e_{-2} = (0.2)(0.1353) = 0.0270$

2.7% de probabilidad

b) ¿si el tiempo de garantía asignado por los administradores es de 1 año, qué porcentaje de sus productos tendrá que reparar la industria durante el periodo de garantía?

$1\text{-}e_{-\lambda x} = 1\text{-}e_{-1/5} = 1 - .8187 = 0.1812$

18.12% de productos que tendría que reparar la industria

EJERCICIOS DE DISTRIBUCION UNIFORME

1.- La cantidad total de gasolina bombeada en un mes es una variable aleatoria X (expresada en diez miles de galones)con una función de densidad de probabilidad como se indica abajo.

a) **calcule la probabilidad de que la gasolinera bombee entre 8000 y 12000 galones en un mes (0.8< x <1 .2="" p="">**

   1/3*1.2-1/3*0.8 = 0.1333

b) **determine la desviación estándar de los galones bombeados para un mes determinado.**

   a=0 y b=3
   $V(X) = (b-a)^2 / 12 = (3-0)^2/12 = 9/12$

2.- Un ingeniero estima inicialmente que el tiempo -en minutos- de maquinado de una pieza se modela con una distribución uniforme

(10,20). Calcula la probabilidad de que:
a. Una pieza sea maquinada en menos de 14.5 minutos.

$P(X<14.5) = F(14.5) = (20-14.5)/10 = 0.55$

b. De 5 piezas producidas, la quinta sea la primer pieza producida en menos de 14.5 minutos.

$P(X=x) = p(1-p)^{(x-1)}$

$P(X=5) = 0.55*(1-0.55)^4 = 0.0226$